

CHAP
01

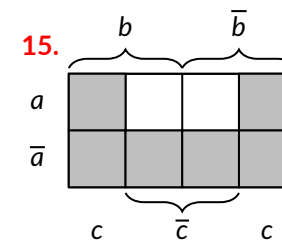
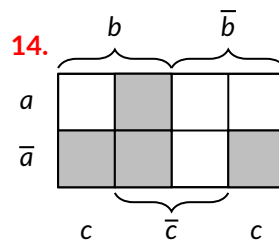
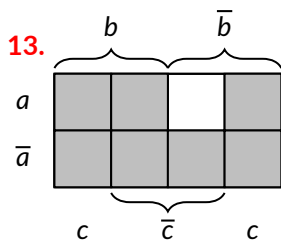
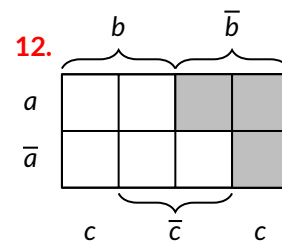
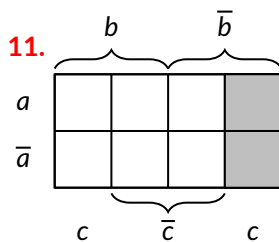
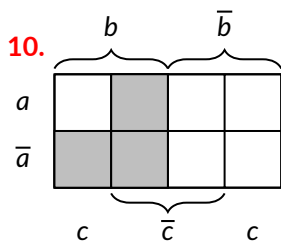
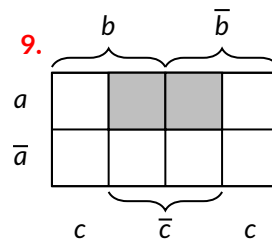
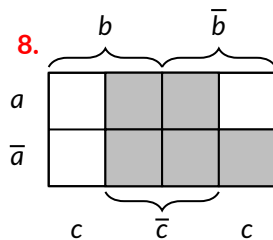
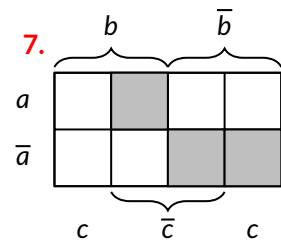
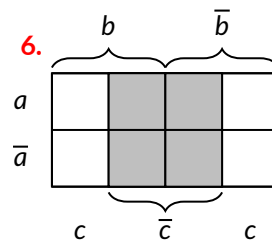
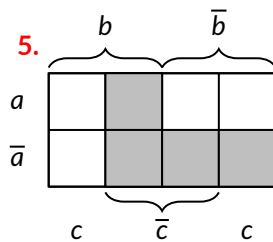
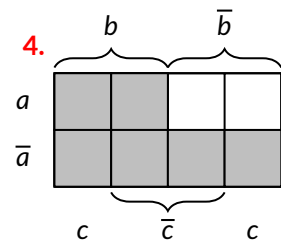
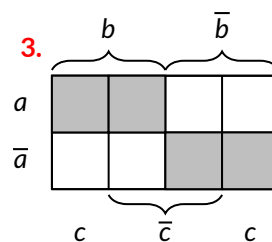
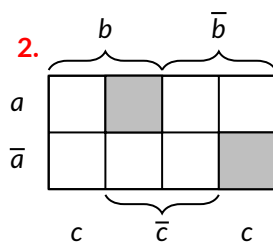
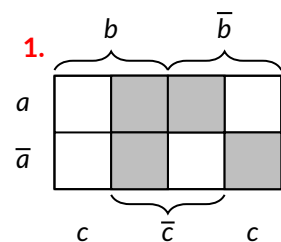
Calculs booléens - Exercices



Exercice 1



Écrire l'expression booléenne représentée sous la forme d'une somme de produits de trois variables booléennes puis simplifier, si possible, l'expression obtenue.



Exercice 2



Simplifier les expressions suivantes à l'aide d'un tableau de Karnaugh ou d'un calcul direct :

1. $A = a + \bar{a} + ab + \bar{a}bc$

5. $E = bc + a$

2. $B = ab + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c}$

6. $F = \bar{a}bc + a\bar{b} + ab\bar{c} + \bar{a}\bar{c}$

3. $C = ab + a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c}$

7. $G = ab + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{c} + ab\bar{c}$

4. $D = abc + \bar{a}bc + a\bar{c}$

8. $H = a\bar{b}c + \bar{a} + \bar{b}c$

Exercice 3



Alain et Catherine organisent une soirée pour des membres de leur club informatique. Ils décident que, pour être invité, il faut :

- être ami d'Alain et de Catherine ;
- ou ne pas être ami d'Alain, mais être ami de Catherine ;
- ou ne pas être ami de Catherine, mais jouer au bridge.

Pour un membre quelconque, on définit les variables suivantes :

- $a = 1$ s'il est ami d'Alain ;
- $b = 1$ s'il joue au bridge ;
- $c = 1$ s'il est ami de Catherine.

1. Écrire l'expression booléenne E qui traduit le fait qu'un membre du club soit invité.
2. Donner le tableau de Karnaugh de cette fonction.
3.
 - a. Xavier est un ami d'Alain, mais pas de Catherine. Est-il nécessairement invité ? Justifier.
 - b. Vincent n'est pas un ami d'Alain, mais joue au bridge. Est-il nécessairement invité ? Justifier.
4. Simplifier au maximum l'expression booléenne E à l'aide du tableau de Karnaugh.
5. Écrire (en français) la règle simplifiée de décision d'inviter un membre du club informatique.

Exercice 4



Une société de distribution de gaz décide de recruter en interne des collaborateurs pour sa filiale en Extrême-Orient. Pour chaque employé, on définit les variables booléennes suivantes :

- $a = 1$ s'il a au moins cinq ans d'ancienneté dans l'entreprise ;
- $b = 1$ s'il possède un BTS SIO ;
- $c = 1$ s'il parle couramment l'anglais.

La direction des ressources humaines décide que pourront postuler les employés :

- qui satisfont aux trois conditions ;
- ou qui ont moins de 5 ans d'ancienneté mais qui maîtrisent l'anglais ;
- ou qui ne maîtrisent pas l'anglais mais qui possèdent un BTS SIO.

1. Écrire une expression booléenne E traduisant les conditions de la direction.
2. Représenter l'expression E par un tableau de Karnaugh.
3. À l'aide du tableau de Karnaugh, donner une expression simplifiée de E .
4. En déduire une version simplifiée des critères de la direction.

Exercice 5



Une société de commercialisation de bois exploite des coupes constituées exclusivement de feuillus et de résineux. Elle désire simplifier le règlement que ses salariés doivent appliquer pour la coupe du bois. Actuellement le règlement dit qu'un arbre est à abattre dans les quatre cas suivants :

- si c'est un résineux au tronc droit mesurant plus de 20 m de hauteur ;
- si c'est un feuillu de 50 ans ou plus ;
- s'il a moins de 50 ans et mesure plus de 20 m de hauteur ;
- s'il est tordu.

Pour un arbre quelconque, on définit les variables booléennes suivantes par :

- $a = 1$ si l'arbre est un résineux, $a = 0$ si c'est un feuillus ;
- $b = 1$ si l'arbre a moins de 50 ans, $b = 0$ sinon ;
- $c = 1$ si l'arbre mesure plus de 20 m de hauteur, $c = 0$ sinon ;
- $d = 1$ si l'arbre est tordu, $d = 0$ si l'arbre est droit.

1. Écrire l'expression E qui traduit le règlement actuel d'abattage d'un arbre.

Grâce à une bonne gestion des forêts de la société, il n'y a maintenant plus d'arbres tordus (donc $d = 0$).

2. Montrer que le nouveau règlement d'abattage se traduit par la fonction

$$F = ac + \overline{a}\overline{b} + bc.$$

3. Donner le tableau de Karnaugh de cette expression F.
4. Simplifier au maximum cette expression à l'aide du tableau de Karnaugh.
5. Écrire la nouvelle règle d'abattage d'un arbre sous la forme la plus simple possible.

Exercice 6

Le responsable du parc informatique d'une entreprise envisage l'acquisition de nouveaux ordinateurs. Pour s'équiper, ce responsable s'adresse à une entreprise de vente de matériel informatique qui propose des configurations prédéfinies. On définit les critères suivants :

- a : la configuration comprend un graveur de DVD.
- b : la configuration comprend une imprimante.
- c : la configuration comprend un scanner.

Les contraintes d'équipement excluent les configurations avec graveur DVD mais sans scanner, ainsi que les configurations sans graveur et sans imprimante.

1. Donner une expression booléenne E traduisant les conditions d'exclusion d'une configuration et représenter E par une table de Karnaugh.
2. Traduire l'expression $\overline{a}\overline{b}c$ par une phrase et préciser si la configuration correspondante peut être acceptée.
3. À partir de la table de Karnaugh dressée à la question 1., donner l'expression simplifiée F traduisant l'acceptation d'une configuration.
4. La phrase : « Les configurations acceptées sont celles qui comportent soit un graveur et un scanner, soit pas de graveur et une imprimante » traduit-elle l'expression booléenne F ?

Exercice 7

On considère l'expression E à trois variables booléennes a, b, c définie par :

$$E = \overline{a}.\overline{c} + b\overline{c} + a\overline{b} + \overline{a}\overline{b}c.$$

1. Montrer (par la méthode de votre choix) que : $E = \overline{b} + \overline{c}$.
2. Dans un organisme qui aide des personnes au chômage à retrouver un emploi, on considère pour ces personnes trois variables booléennes définies comme suit :
 - on a $a = 1$ si la personne est âgée de 45 ans ou plus ($a = 0$ sinon);
 - on a $b = 1$ si la personne est au chômage depuis au moins un an ($b = 0$ sinon);
 - on a $c = 1$ si la personne a déjà suivi une formation l'année précédente ($c = 0$ sinon).

Une formation qualifiante sera mise en place pour les personnes vérifiant au moins un des critères suivants :

- avoir 45 ans ou plus et être au chômage depuis moins d'un an ;
- avoir moins de 45 ans et ne pas avoir suivi de formation l'année précédente ;
- être au chômage depuis un an ou plus et ne pas avoir suivi de formation l'année précédente ;
- avoir moins de 45 ans, être au chômage depuis moins d'un an et avoir suivi une formation l'année précédente.

Les personnes qui ne répondent à aucun de ces critères pourront participer à un stage d'insertion.

- a. Écrire l'expression booléenne F en fonction des variables a, b, c qui traduit le fait que la personne pourra suivre cette formation qualifiante.
- b. En déduire, en utilisant le résultat de la question 1., les personnes qui ne pourront pas participer à la formation qualifiante et qui participeront donc à un stage d'insertion.

Exercice 8



Un règlement administratif concerne les trois catégories de personnes suivantes :

- les hommes de moins de 50 ans ;
- les non-salariés ayant 50 ans ou plus ;
- les femmes qui sont soit salariées et d'âge quelconque, soit non salariées ayant moins de 50 ans.

Pour tout individu quelconque x , on définit trois variables booléennes h , a , s de la façon suivante :

- on a $h = 1$ si x est un homme (et $h = 0$ sinon) ;
- on a $a = 1$ si x est âgé(e) de 50 ans ou plus ($a = 0$ sinon) ;
- on a $s = 1$ si x est salarié(e) ($s = 0$ sinon).

1. Quels sont les individus x pour lesquels on a $h\bar{a} = 1$?

2. On admet que la catégorie d'individus concernés par ce règlement est donnée par l'expression booléenne :

$$A = h\bar{a} + \bar{s}a + \bar{h}(s + \bar{s}\bar{a}).$$

a. Représenter A par une table de Karnaugh et en déduire une simplification de l'expression A .

On pensera à développer avant !

b. Quelle est la catégorie d'individus non concernés par le règlement ?

Exercice 9 ... FIL ROUGE DRONE ...



Un drone de livraison est équipé d'un système embarqué qui déclenche un retour automatique à la base dès qu'au moins une des conditions suivantes est vérifiée :

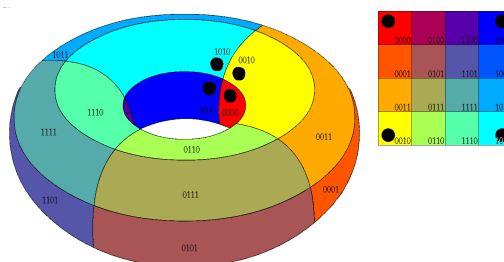
- la batterie est faible et le vent est fort ;
- la batterie est faible et aucun obstacle n'est détecté ;
- la batterie est faible et un obstacle est détecté ;
- le vent est fort et un obstacle est détecté.

On définit trois variables booléennes :

- b lorsque la batterie est faible, $\bar{b}$ sinon ;
- v lorsque le vent est fort, $\bar{v}$ sinon ;
- o lorsqu'un obstacle est détecté, $\bar{o}$ sinon.

On note E l'expression booléenne traduisant le déclenchement du retour automatique.

1. Traduire chaque condition à l'aide des variables b , v et o et en déduire une expression de E .
2. Représenter l'expression E dans un tableau de Karnaugh et en déduire une expression simplifiée de E sous la forme d'une somme de deux termes.
3. Traduire en une phrase, dans le contexte de l'exercice, l'expression simplifiée obtenue.
4. Déterminer l'expression de $\bar{E}$ sous la forme d'une somme de deux termes.



Représentation d'une table de Karnaugh à 4 variables