DS 01 Calcul booléen, graphes

Exercice 1 (7 points)

On considère un graphe orienté à 6 sommets, notés A, B, C, D, E et F, défini par la table des successeurs suivante :

Sommets	A	B	C	D	E	F
Successeur(s)	B	D, E	A, D	A, E	F	B

1. Dessiner ce graphe et donner sa matrice d'adjacence M.
2. a. Donner la matrice M^2.
   b. En déduire le nombre de chemins de longueur 2 reliant B à F.
3. a. Calculer la matrice M^6 à l'aide de la calculatrice.
   b. Donner le coefficient placé à l'intersection la 4e ligne et de la 2e colonne de M^6. Interpréter la valeur de ce coefficient en termes de chemins et donner la liste de ces chemins.

Exercice 2 (6 points)

À l'occasion de la mise sur le marché de son nouveau produit, une entreprise décide de lancer une campagne publicitaire sur Internet.
Celle-ci vise les individus qui correspondent aux conditions suivantes :

- avoir un âge compris entre 25 et 40 ans et être connecté au moins 2 heures par jour à Internet ;
- avoir moins de 25 ans ou plus de 40 ans et avoir acheté au moins 2 jeux vidéo dans les 6 derniers mois ;
- être connecté moins de 2 heures par jour à Internet et avoir acheté au moins 2 jeux vidéo dans les 6 derniers mois.

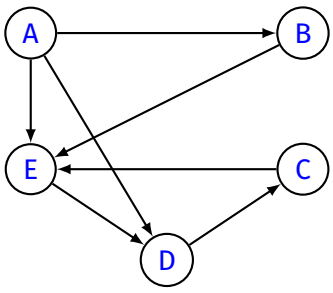
On considère les variables booléennes a, b, c représentant les propositions :

- a : « avoir un âge compris entre 25 et 40 ans » ;
- b : « être connecté à Internet pendant au moins 2 heures par jour » ;
- c : « avoir acheté moins de 2 jeux vidéo pendant les 6 derniers mois ».

1. Écrire l'expression booléenne A qui traduit les conditions à remplir par un individu pour être concerné par la campagne publicitaire.
2. Simplifier cette expression puis traduire par une phrase cette expression simplifiée.
3. Un individu qui a 30 ans et qui se connecte à Internet moins de 2 heures par jour sera-t-il visé par la campagne publicitaire ? Justifier avec précision.
4. Déterminer l'expression booléenne $\overline{A}$ qui traduit le fait qu'un individu ne sera pas concerné par la campagne publicitaire.

Exercice 3 (7 points)

On considère le graphe simple orienté $\mathcal{G}$ représenté ci-contre.



1. Déterminer la matrice d'adjacence M du graphe $\mathcal{G}$.
2. a. Existe-t-il des chemins de longueur 2 ? 3 ? 4 ? Justifier et donner leur nombre.
   b. Donner la liste des chemins de longueur 3 issus de A.
   c. Citer un chemin hamiltonien.
3. a. Calculer la matrice $\widehat{M}$, matrice de la fermeture transitive du graphe.
   b. Que signifie le coefficient situé ligne 3 et colonne 4 de la matrice $\widehat{M}$?
   c. Représenter le graphe $\widehat{\mathcal{G}}$, fermeture transitive du graphe $\mathcal{G}$.

Licence Ouverte Etalab 2.0