TD 02 Graphes et calculs booléens

NOM : ..... **Prénom :** ..... **Note :** .....

Exercice 1

Un formateur d'un centre agréé par la Préfecture de Police doit organiser un stage de sensibilisation à la sécurité routière s'adressant à des personnes désireuses de récupérer 4 points sur leur permis de conduire. Pour définir un contenu, il doit tenir compte du profil des stagiaires. Il envisage les critères suivants :

- les conducteurs expérimentés verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h ;
- ou les conducteurs expérimentés verbalisés pour des dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L ;
- ou les jeunes conducteurs verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie supérieur strictement à 0,5 g/L ;
- ou les jeunes conducteurs verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L ;
- ou les conducteurs expérimentés verbalisés pour des dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h quel que soit leur taux d'alcoolémie.

On modélise cette situation par une fonction booléenne E de trois variables a, b et c.

- la variable a désigne les jeunes conducteurs et $\overline{a}$ les conducteurs expérimentés ;
- la variable b désigne les dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h et $\overline{b}$ les dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h ;
- la variable c désigne un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L et $\overline{c}$ un taux d'alcoolémie supérieur strictement à 0,5 g/L.

On admet que la fonction E s'exprime par $E = \overline{a}b + abc + \overline{a}\,\overline{b}c + ab\overline{c} + \overline{a}\,\overline{b}$.

1. Expliquer ce que représente le terme abc dans cette expression.
2. Construire le tableau de Karnaugh de la fonction E.
3. À l'aide du tableau, simplifier E.
4. Traduire l'expression simplifiée de E par une phrase simple.

Licence Ouverte Etalab 2.0

Exercice 2

Dans un lycée, les classes de BTS SIO disposent de 4 salles spécialisées A, B, C, D. Trois portes, permettant le passage dans les deux sens, relient les salles A et B, les salles A et C et les salles B et D. On modélise la situation par un graphe orienté noté $\mathcal{G}$.

1. Dessiner une représentation du graphe $\mathcal{G}$.
2. Justifier que la matrice d'adjacence M du graphe $\mathcal{G}$ est : $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
3. Calculer la matrice M^2 et justifier (en utilisant cette matrice) qu'il existe 6 circuits de longueur 2.
4. On donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
   a. Déterminer le nombre de chemins de longueur 3.
   b. Donner la liste des chemins de longueur 3 ayant pour origine A et pour extrémité B.
   c. Le graphe admet-il des circuits de longueur 3 ? Justifier la réponse donnée.
5. Déterminer, en justifiant, la matrice $\widehat{M}$ de la fermeture transitive du graphe $\mathcal{G}$.

Licence Ouverte Etalab 2.0