TP 04 Séquenceur de mission d'un drone

Compétences

- Modéliser une situation par un graphe orienté et sa matrice d'adjacence
- Exploiter les puissances de la matrice et la fermeture transitive pour valider un cahier des charges
- Coder des états en binaire et établir une table de vérité
- Simplifier des expressions booléennes à l'aide de tableaux de Karnaugh

Fil rouge *coloration drone*

Le contrôleur de vol d'un drone fonctionne comme un *séquenceur* : à chaque top d'horloge, il regarde si l'alerte « batterie faible » est active et décide de la phase suivante de la mission.
Comment vérifier, avant de le programmer, que ce séquenceur est cohérent, puis comment le traduire en équations logiques simples ?

A. Cahier des charges

Le contrôleur de vol possède quatre phases : **S** (au sol), **V** (en vol), **R** (retour) et **U** (urgence).
Il reçoit un unique signal e : $e = 1$ si l'alerte « batterie faible » est active, $e = 0$ sinon. À chaque top d'horloge, la phase suivante est donnée par le tableau ci-dessous.

Phase actuelle	Phase suivante si $e = 0$	Phase suivante si $e = 1$
S (au sol)	V	S
V (en vol)	R	U
R (retour)	S	U
U (urgence)	S	U

Autrement dit : sans alerte, le drone enchaîne S, V, R puis revient en S ; avec une alerte, il ne décolle pas (S), passe en urgence s'il est en vol ou en retour (V, R), et reste en urgence tant que l'alerte dure (U). Dès que l'alerte cesse, il retourne au sol.

Remarque : Le modèle est volontairement simplifié, chaque phase dure un top d'horloge.

B. Le séquenceur vu comme un graphe

On représente par un graphe orienté $\mathcal{G}$ les **changements de phase** possibles : les cas où la phase reste inchangée ne sont pas représentés.

1. Repérer dans le tableau les cas où la phase ne change pas, puis dessiner le graphe orienté $\mathcal{G}$ (sommets S, V, R, U).
2. Donner la matrice d'adjacence M de $\mathcal{G}$, en considérant les sommets dans l'ordre S, V, R, U.
3. Calculer, à la calculatrice, M^2 et M^3.
   a. Interpréter le coefficient situé ligne V, colonne S de M^2.
   b. Combien y a-t-il de chemins de longueur 3 menant de S à S ? Les citer.
4. Déterminer la fermeture transitive $\widehat{M}$ de $\mathcal{G}$. Que peut-on en conclure sur l'accessibilité des phases entre elles ?
5. Existe-t-il un parcours passant exactement une fois par chacune des quatre phases (chemin hamiltonien) ? Si oui, le donner, et dire s'il peut être refermé en circuit.
6. Un technicien propose de supprimer la transition de U vers S (« une fois en urgence, on y reste »). Déterminer la fermeture transitive du nouveau graphe, et expliquer pourquoi cette proposition est dangereuse.

Licence Ouverte Etalab 2.0

C. Coder les phases en binaire

On code les quatre phases sur deux bits Q_1Q_0 : S = 00, V = 01, R = 10 et U = 11 (les nombres 0 à 3 écrits en binaire). On note Q_1^+ et Q_0^+ les deux bits de la phase suivante.

Compléter la table de vérité du séquenceur (la première ligne est donnée en exemple : phase S, $e = 0$, la phase suivante est V, codée 01).

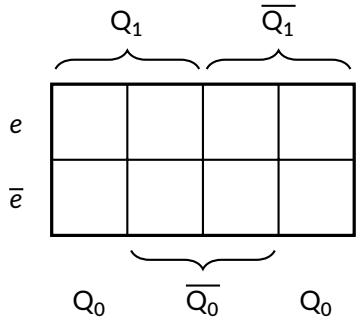
Q_1	Q_0	Phase initiale	e	Phase finale	Q_1^+	Q_0^+
0	0	S	0	V	0	1
0	0		1			
0	1		0			
0	1		1			
1	0		0			
1	0		1			
1	1		0			
1	1		1			

D. Simplifier avec un tableau de Karnaugh

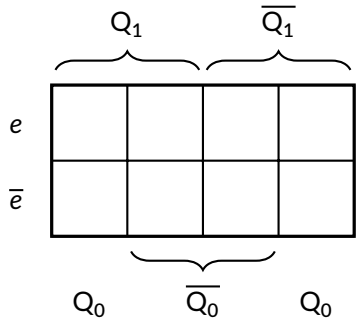
Chacun des deux bits Q_1^+ et Q_0^+ est une fonction booléenne des trois variables e, Q_1 et Q_0. Chaque case du tableau correspond à une combinaison de ces variables (par exemple, la case en haut à gauche correspond au cas où e, Q_1 et Q_0 sont tous vrais).

1. Griser, dans le tableau ci-dessous, les cases pour lesquelles $Q_1^+ = 1$, puis en déduire une expression simplifiée de Q_1^+ en fonction de e, Q_1 et Q_0.

   Remarque : on pourra constater que la ligne n01 du tableau précédent correspond à l'expression $\overline{Q_0}\,\overline{Q_1}\,e$.



2. Même question pour Q_0^+.



E. Valider le séquenceur

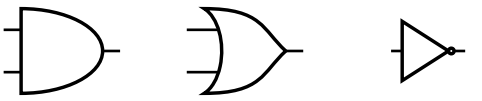
1. Le drone est au sol (état 00). On lui applique, à chaque top d'horloge, la suite d'entrées $e = 0, 0, 1, 0, 0, 0$.
   À l'aide des équations obtenues et du tableau suivant, calculer à chaque top les valeurs de Q_1^+ et Q_0^+, et en déduire la suite des phases successives.

Top	Phase	Q_1Q_0 avant	e	Phase après	Q_1^+	Q_0^+
1	S	00	0	V	0	1
2			0			
3			1			
4			0			
5			0			
6			0			

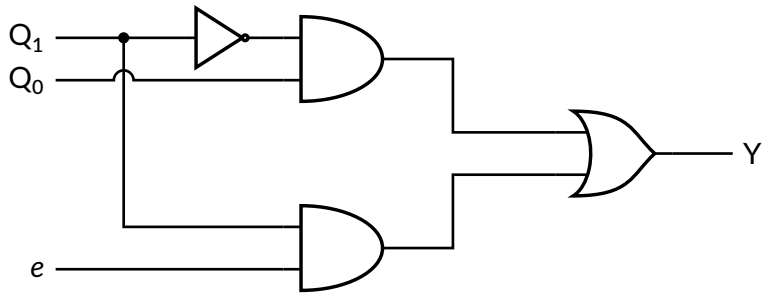
2. Ce parcours est-il un chemin du graphe $\mathcal{G}$? Quelle est sa longueur ? Vérifier la cohérence avec la matrice M^6.

F. Du calcul au circuit

Un **logigramme** (ici en version *américaine*) représente une expression booléenne à l'aide de portes logiques (à deux entrées pour les portes ET et OU). Trois symboles suffisent ici :



Le circuit ci-dessous calcule l'un des deux bits de la phase suivante.



1. Écrire l'expression booléenne de la sortie Y en fonction de Q_1, Q_0 et e.
2. De quel bit de la phase suivante s'agit-il ? Justifier en comparant avec les équations obtenues par les tableaux de Karnaugh.
3. Représenter, sur le même modèle, le logigramme qui calcule l'autre bit de la phase suivante, à partir de l'équation obtenue par le tableau de Karnaugh.

Licence Ouverte Etalab 2.0