

DM
01

Révisions de calculs algébriques



Quelques rappels utiles

Pour ce premier DM, un petit rappel – en vrac – de quelques pré-requis utiles :

👉 pour effectuer des *calculs algébriques* :

- ❗ utiliser les identités remarquables et les priorités de développement ;
- ❗ savoir repérer ou mettre en évidence d'un facteur commun ou d'une identité remarquable pour factoriser ;
- ❗ réduire des fractions au même dénominateur ;

👉 pour les *équations* :

- ❗ résoudre des équations simples qui se ramènent à des équations du premier degré ;
- ❗ résoudre des équations qui se ramènent à des équations « produit nul » ;
- ❗ résoudre des équations « quotient » ;
- ❗ rédiger rigoureusement (valeurs interdites, équivalences notamment) ;

👉 pour les *tableaux de signes* :

- ❗ déterminer le tableau de signes d'une expression $ax + b$;
- ❗ dresser le tableau de signes d'une expression donnée sous forme d'un produit/quotient d'expressions $ax + b$;
- ❗ résoudre des inéquations.

Faire **attention** aux :

- priorités de calculs !
- parenthèses !

Essayer de :

- soigner la rédaction !
- soigner la présentation !

Quelques exemples, sans forcément avec la rédaction optimale

$$\bullet A = 2(3x - 1)^2 - (5x + 3)(2 - 3x) = 2(9x^2 - 6x + 1) - (10x - 15x^2 + 6 - 9x) = 18x^2 - 12x + 2 - 10x + 15x^2 - 6 + 9x = 33x^2 - 11x - 4$$

$$\bullet B = 6x + 3 + 4(2x + 1)^2 = 3(2x + 1) + 4(2x + 1)(2x + 1) = (2x + 1)[3 + 4(2x + 1)] = (2x + 1)[3 + 8x + 4] = (2x + 1)(8x + 7)$$

$$\bullet C = 36x^2 - (5x + 1)^2 = (6x)^2 - (5x + 1)^2 = (6x + (5x + 1))(6x - (5x + 1)) = (11x + 1)(x - 1)$$

$$\bullet D = 4 + \frac{3}{x+2} = \frac{4 \times (x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{4x+8}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{4x+11}{x+2}$$

avec $x \neq -2$

$$\bullet 3(2x - 3) + 3x = 5x - 2(5 - 9x) \Leftrightarrow 6x - 9 + 3x = 5x - 10 + 18x \Leftrightarrow 9x - 9 = 23x - 10 \Leftrightarrow -14x = -1 \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{1}{14} \right\}$$

$$\bullet 81x^2 - 16 = (9x - 4)(2x - 3) \Leftrightarrow (9x - 4)(9x + 4) = (9x - 4)(2x - 3) \Leftrightarrow (9x - 4)(7x + 7) = 0 \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{4}{9} ; -1 \right\}$$

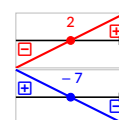
$$\bullet x + 1 = \frac{9}{x+1} \Leftrightarrow (x+1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 3 \\ x+1 = -3 \end{cases} \quad S = \{2 ; -4\}$$

avec $x \neq -1$

$$\bullet \frac{2x-4}{-x-7} \geq 0 :$$

x	$-\infty$	-7 D	2	$+\infty$
$2x - 4$	-	0	+	+
$-x - 7$	+	0	-	-
expr	-	+	0	-

$$S =]-7 ; 2]$$



Exercice 1

Développer les expressions suivantes :

1. $K = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2;$

2. $L = 4(x - 6)^2 - 3(5x + 3)(5x - 3).$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

1. $M = (3x - 5)(2x + 7) - (3x - 5)(x - 4);$

2. $N = (4x - 3)^2 - 25x^2.$

Exercice 3

Mettre les expressions suivantes au même dénominateur :

1. $O = \frac{2x}{3x - 1} - 5;$

2. $P = \frac{4}{2x + 6} - \frac{3}{x - 5}.$

Exercice 4Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1. $2x + 3 = -3x + 7;$

2. $-x = x + 16;$

3. $(-x - 4)(-x + 7) = 0;$

4. $-x(x + 16)(2 - 5x) = 0;$

5. $\frac{5 - 8x}{x - 2} = 3;$

6. $\frac{-3x - 1}{8 - 5x} = 0.$

7. $(5x - 1)(x - 9) - (x - 9)(2x - 1) = 0;$

8. $x - 3 = \frac{16}{x - 3};$

9. $\frac{3x - 1}{x - 5} = \frac{3x - 4}{x}.$

Exercice 5

Dresser le tableau de signes des expressions suivantes :

1. $7x + 4;$

2. $-x - 1;$

3. $(10x - 20)(9 - x);$

4. $\frac{x + 3}{(x + 1)(9 - 3x)}.$

Exercice 6

Après l'avoir transformée, résoudre l'inéquation suivante (à l'aide d'un tableau de signes) :

$$\frac{5x - 5}{x + 2} \geq -1$$