DS 01 Second degré

NOM : ..... **Prénom :** ..... **Note :** .....

↭ Le sujet est à rendre avec la copie. ↭

Exercice 1 – Automatismes (5 points)

1. Calculer le nombre $A = \frac{1}{3} + \frac{7}{3} \times 4$ et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Le volume de la partie visible d'un iceberg est d'environ 10 % de son volume total.
   Si la partie visible d'un iceberg est de 150 km^3, quel sera le volume total de cet iceberg ?
3. Le prix d'un article est multiplié par 0,715. Cela signifie que le prix de cet article a :

☐ augmenté de 71,5 %	☐ augmenté de 28,5 %
☐ baissé de 2,85 %	☐ baissé de 28,5 %

4. Résoudre l'équation $(x + 5)(x + 8) = 0$ sur $\mathbb{R}$.
5. On considère le nombre réel : $W = \frac{27 \times 2^3}{2 \times 3^2}$. Déterminer la valeur simplifiée de W.

Exercice 2 (3 points)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré (avec $a \neq 0$), dont la courbe est une parabole $\mathcal{P}$.

1. a. Écrire l'expression de $f(x)$ dans laquelle apparaissent α et β.
   b. Comment s'appelle cette forme ?
2. a. Comment s'appelle le nombre Δ ? Rappeler sa formule de calcul.
   b. Lorsque $\Delta > 0$, rappeler les formules de calcul des deux racines x_1 et x_2, puis écrire l'expression de $f(x)$ dans laquelle elles apparaissent. Comment s'appelle cette forme ?
3. La parabole $\mathcal{P}$ est « ouverte vers le haut » et ne coupe pas l'axe des abscisses. Que peut-on en déduire pour le signe de a, pour le signe de Δ ?

Exercice 3 (5 points)

1. On considère le polynôme f défini sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$.
   a. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
   b. En déduire, en justifiant, le tableau de variations de f.
   c. La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum ? Préciser sa valeur et la valeur de x pour lequel il est atteint.
2. Une entreprise fabrique et vend, chaque semaine, x centaines d'objets, avec $x \in [0 ; 12]$. Le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction B définie par $B(x) = -2x^2 + 24x - 54$.
   Déterminer, en détaillant la démarche, le nombre d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour que son bénéfice soit maximal, ainsi que la valeur de ce bénéfice maximal.

Exercice 4 (7 points)

1. Pour chacun des trinômes suivants, calculer le discriminant, déterminer les éventuelles racines et, lorsque c'est possible, donner la forme factorisée.
   a. $P(x) = 2x^2 - 3x - 2$. b. $Q(x) = -4x^2 + 12x - 9$. c. $R(x) = 3x^2 - 2x + 1$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   a. $x(2x - 5) = 3$. b. $(2x - 1)(x^2 - 4x + 5) = 0$. c. $\frac{x+3}{x-1} = x$ (pour $x \neq 1$).

Licence Ouverte Etalab 2.0